№ 6. 11 Октября 1886 г. I Сем.



ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

и

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ.

Выходитъ 3 раза въ мѣсяцъ, по 12 №№ въ учебный семестръ.

Адр. Ред.: Кіевъ, Нижне-Владимірская, д. № 19.

Цѣна: 3 руб. въ учебный семестръ, или 6 руб. въ годъ.

Отто фонъ-Герике.

(Историческая замѣтка).

Текущій годъ богатъ научными воспоминаніями: химики чествуютъ память своего шведскаго собрата Карла Вильгельма Шееле и по поводу столѣтней годовщины его смерти (21-го Мая) воздаютъ должную дань научнымъ заслугамъ этого знаменитаго аптекаря; день 22 Апрѣля торжественно празднуется физиками и электротехниками, какъ столѣтняя годовщина рожденія барона Павла Львовича Шиллинга, изобрѣтателя электромагнитнаго телеграфа [1]. Да позволено будетъ и намъ перенестись мыслью еще за одно столѣтіе назадъ и вспомнить о заслугахъ Магдебургскаго физика Отто фонъ-Герике, скончавшагося въ 1686 году [2]. Есть имена, которыя не забываются и въ 200 лѣтъ, и имя Герике безспорно относится къ такимъ.

Не будемъ останавливаться на біографическихъ подробностяхъ этого знаменитаго экспериментатора, приводившаго малосвѣдущихъ современниковъ

[1] См. журналъ „Электричество" за текущ. годъ №№ 8—9, 12 и 13—14.

[2] Родился въ 1602 г. въ Магдебургѣ, умеръ въ Гамбургѣ.

въ постоянное изумленіе своими грандіозными опытами и выставляемыми на показъ приборами. Отмѣтимъ только тотъ поучительный фактъ, что, не взирая на столь явную наклонность къ спокойнымъ научнымъ занятіямъ, Отто фонъ-Герике никогда не уклонялся отъ возлагаемыхъ на него его роднымъ городомъ гражданскихъ обязанностей и, принявъ на себя почетную должность бургомистра г. Магдебурга чуть-ли не въ самое смутное для страны время, былъ принужденъ постоянно отлучаться для исполненія разныхъ дипломатическихъ порученій; если еще прибавимъ, что въ этой хлопотливой должности онъ состоялъ 32 года, а раньше этого побывалъ и въ плѣну, и въ военной службѣ, и занимался постройкой укрѣпленій и мостовъ, то нельзя не подивиться той настойчивости, съ которою онъ въ свободные дни и часы предавался любимымъ занятіямъ физикой и такому значительному числу изобрѣтеній и новыхъ опытовъ, которыми онъ обогатилъ науку и подробное описаніе которыхъ оставилъ въ своей знаменитой книгѣ: „*Ottonis de Guericke Experimenta Nova (ut vocantur) Magdeburgica*“ [1]).

Какъ физикъ, Герике былъ прежде всего экспериментаторомъ, вполнѣ понимавшимъ научное значеніе опыта, что въ его время можно считать признакомъ геніальности. Въ XVII столѣтіи еще очень трудно было отрѣшиться отъ схоластическаго направленія, такъ долго господствовавшаго въ наукѣ и пріучить свой умъ къ самостоятельной оцѣнкѣ наблюдаемыхъ явленій. Между учеными лишь весьма немногіе могли сказать какъ Герике: „философы, которые держатся исключительно за свои умозрѣнія и аргументы, оставляя въ сторонѣ опытъ, никогда не могутъ прійти къ достовѣрнымъ и справедливымъ выводамъ относительно явленій внѣшняго міра, и мы видимъ не мало примѣровъ, что человѣческій разумъ, когда онъ не обращаетъ вниманія на результаты, добытые опытомъ, оказывается отъ истины дальше, чѣмъ земля отъ солнца“.

Неудивительно поэтому, что, незная еще ничего объ изобрѣтеніи ртутнаго барометра (1643 г.) и о такъ называемой Торричелевой пустотѣ, Герике такъ настойчиво стремился разрѣшить путемъ опыта старинный философскій споръ о пустомъ пространствѣ. И вотъ, около 1650 г., результатомъ этой настойчивости является изобрѣтеніе воздушнаго насоса.

Устройство этого прибора составляетъ важную эпоху въ исторіи фи-

[1]) Съ какою трудностью было сопряжено тогда изданіе книгъ, можно заключить напр. изъ того, что вышеназванная книга Герике, оконченная въ 1663 году, была издана лишь въ 1669 (въ Амстердамѣ), и автору въ видѣ гонорара досталось только 75 экземпляровъ.—Главнѣйшіе изъ опытовъ Герике были раньше описаны очевидцемъ Каспаромъ Шоттомъ въ двухъ книгахъ: *Mechanica hydraulica* (1657) и *Technica curiosa* (1664).

зики, и мы позволимъ себѣ остановиться здѣсь на нѣкоторыхъ подробностяхъ. Герике, какъ извѣстно, сначала не считалъ возможнымъ выкачивать воздухъ непосредственно и хотѣлъ образовать пустое пространство въ герметически закрытой бочкѣ посредствомъ удаленія наполнявшей ее воды. Съ этою цѣлью онъ *ко дну бочки* придѣлалъ насосъ, думая, что только при такомъ расположеніи прибора *вода будетъ слѣдовать за поршнемъ насоса вслѣдствіе своей тяжести.* Отсюда видимъ, что въ началѣ у Герике не было еще опредѣленнаго понятія объ атмосферномъ давленіи и вообще объ упругости воздуха. Когда эта первая попытка не удалась, такъ какъ въ образующуюся пустоту сквозь щели и поры бочки проникалъ съ шипѣніемъ наружный воздухъ, Герике попробовалъ помѣстить свою бочку въ другую, тоже наполненную водою, предполагая этимъ способомъ предохранить пустоту отъ устремляющагося въ нее воздуха снаружи. Но и на этотъ разъ опытъ оказался неудачнымъ, ибо вода изъ наружной бочки подъ вліяніемъ атмосфернаго давленія проникала сквозь поры во внутреннюю и наполняла пустоту. Тогда наконецъ Герике рѣшился приложить насосъ къ непосредственному выкачиванію воздуха изъ мѣднаго шарообразнаго сосуда, все еще придерживаясь своего ложнаго предположенія, что и воздухъ, подобно водѣ, можетъ слѣдовать за поршнемъ насоса только благодаря своей тяжести, почему и теперь насосъ былъ привинченъ внизу сосуда и расположенъ вертикально. Разсказываютъ, что на этотъ разъ результатъ выкачиванія былъ совсѣмъ неожиданнымъ и напугалъ всѣхъ присутствующихъ: мѣдный шаръ не выдержалъ внѣшняго давленія и съ трескомъ былъ скомканъ и сплюснутъ Это заставило Герике приготовлять для слѣдующихъ опытовъ резервуары болѣе прочные и болѣе правильной формы. Неудобное расположеніе насоса вскорѣ принудило Герике устроить спеціальный для всего прибора треножникъ и придѣлать къ поршню рычагъ; такимъ образомъ былъ устроенъ первый воздушный насосъ, названный авторомъ *Antlia pneumatica.* Конечно, приборъ былъ еще очень далекъ отъ нынѣшняго совершенства и требовалъ не менѣе трехъ человѣкъ для манипуляцій съ поршнемъ и кранами, погруженными въ воду, для лучшей изоляціи образующейся пустоты отъ наружнаго воздуха. Во всякомъ случаѣ англичане неправы, называя часто пустоту подъ колоколомъ воздушнаго насоса *Бойлевою пустотою,* потому что самъ Бойль, внесшій въ пневматическую машину значительныя усовершенствованія, считалъ Отто фонъ-Герике ея настоящимъ изобрѣтателемъ. И хотя Герике, какъ мы видѣли, въ началѣ своихъ изслѣдованій ошибочно истолковывалъ дѣйствіе своего прибора (тяжестью, а не упругостью воздуха, заключеннаго

въ резервуарѣ), тѣмъ не менѣе онъ, повидимому, хорошо понималъ невозможность достиженія при посредствѣ воздушнаго насоса абсолютной пустоты, потому что въ одномъ мѣстѣ говоритъ о томъ, что воздухъ раздѣляется (при выкачиваніи) совершенно не такъ, какъ напр. жидкость, ибо самая малая его часть (оставшаяся) распредѣляется по всему прежнему объему.

Опыты, которые Герике показывалъ публично съ своимъ воздушнымъ насосомъ, доставили ему громкую извѣстность. Различныя высокопоставленныя лица нарочно заѣзжали въ Магдебургъ, чтобы лично убѣдиться въ справедливости всѣхъ этихъ новинокъ. Общеизвѣстный опытъ съ магдебургскими полушаріями былъ показанъ въ 1654 г. въ Регенсбургѣ во время рейхстага. Другіе изъ его пневматическихъ опытовъ и до нынѣ повторяются при каждомъ курсѣ экспериментальной физики и описаны во всѣхъ учебникахъ.

Герике слѣдуетъ считать изобрѣтателемъ только воздушнаго разрѣжающаго насоса: нагнетательные насосы были извѣстны еще въ древности и ихъ изобрѣтеніе приписывается Ктезибію, современнику Герона, жившему во II-мъ вѣкѣ до Р. Х. въ Александріи. Духовыя ружья тоже были уже извѣстны Герике [1], однакожъ къ понятію объ упругости воздуха онъ пришелъ только послѣ устройства своего насоса, на основаніи многихъ опытовъ. Очевидно вопросъ этотъ, столь элементарный сегодня, для того времени должно считать однимъ изъ самыхъ трудныхъ, и установленіе закона Маріотта (или Бойля) около 1676 г.—однимъ изъ самыхъ важныхъ завоеваній человѣческаго ума.

Одинъ изъ опытовъ Герике заключался въ слѣдующемъ: шаръ наполненный воздухомъ и другой, изъ котораго воздухъ былъ предварительно выкачанъ, сообщались посредствомъ трубки; тогда воздухъ изъ перваго шара входилъ въ пустой шаръ съ такою стремительностію, которая тогда-же показала Герике сходство этого явленія съ нашими земными бурями. Опытъ съ плотно завязаннымъ бычачьимъ пузыремъ, который разбухаетъ и наконецъ разрывается подъ колоколомъ пневматической машины, былъ тоже тогда придуманъ для демонстраціи упругости воздуха. Уяснивъ себѣ разъ эти явленія упругости, Герике быстрыми шагами пошелъ дальше, и его выводы всегда отличались строго-логическою послѣдовательностью. Вскорѣ онъ сталъ доказывать, что такъ какъ воздухъ имѣетъ вѣсъ, то атмосфера сама на себя производитъ давленіе и нижніе слои воздуха при поверхности

[1]) Онъ даже пробовалъ самъ устроить духовое ружье по своей системѣ, но неудачно.

земли, какъ наиболѣе сжатые, должны быть наиболѣе плотными. Для наглядной демонстраціи этого различія упругости онъ придумалъ слѣдующій прекрасный опытъ: шаръ, наполненый воздухомъ, запирался при помощи крана и переносился на высокую башню; тамъ при открытіи крана замѣчалось, что часть воздуха выходитъ изъ шара наружу; наоборотъ, если шаръ былъ наполненъ воздухомъ и запертъ на высотѣ, а потомъ перенесенъ внизъ, то воздухъ при открытіи крана устремлялся снаружи внутрь шара. Герике очень хорошо понималъ, что необходимымъ условіемъ убѣдительности этого опыта было постоянство температуры и онъ заботился о томъ, чтобы переносимый съ воздухомъ шаръ былъ „одинаково нагрѣтъ какъ внизу, такъ и на вершинѣ башни". На основаніи подобныхъ опытовъ онъ пришелъ къ заключенію, что *вѣсъ извѣстнаго объема воздуха представляетъ собою нѣчто весьма относительное,* такъ какъ вѣсъ этотъ находится въ зависимости отъ высоты надъ поверхностью земли. Результатомъ всѣхъ этихъ соображеній было устройство *манометра*, т. е. прибора предназначеннаго для *измѣренія различія* въ плотности, или въ вѣсѣ, даннаго объема воздуха. Нынѣ мы этимъ терминомъ называемъ приборы, служащіе для измѣренія упругости (давленія) газовъ въ милиметрахъ ртутнаго столба, или въ нормальныхъ атмосферахъ [1]), прибору-же Герике, Бойль, подробно его описавшій, далъ названіе *статическаго барометра*, или *бароскопа,* которое сохранено за нимъ и въ наше время [2]). Приборъ этотъ, основанный на законѣ Архимеда, состоитъ, какъ извѣстно, изъ большого обыкновенно полаго шара, уравновѣшеннаго при помощи коромысла вѣсовъ гирькою малыхъ размѣровъ. Въ бароскопѣ Герикѣ шаръ имѣлъ въ діаметрѣ около 30 центиметровъ. Онъ былъ описанъ впервые въ письмѣ Герике къ К. Шотту въ 1661 г.

Ранѣе этого, около 1657 г., Герике устроилъ свой грандіозный водяной барометръ. Во время пребыванія въ Регенсбургѣ въ 1654 г. онъ узналъ (отъ одного монаха, Магнуса) объ опытахъ Торричели; очень возможно, что это важное извѣстіе побудило его заняться тѣмъ-же вопросомъ, а можетъ быть онъ и самостоятельнымъ путемъ пришелъ къ изобрѣтенію своего барометра, устройство котораго было тѣсно связано съ его прежними пневматическими опытами. Какъ-бы то ни было, приборъ этотъ уже существовалъ въ 1657 году, такъ какъ есть указанія, что съ этого именно времени наблюдалась зависимость его показаній отъ состоянія погоды. Онъ состоялъ изъ длинной (въ 20 магд. локтей) мѣдной трубки, прикрѣпленной

[1]) Первый такой манометръ былъ устроенъ Соссюромъ.

[2]) У нѣкоторыхъ французскихъ физиковъ того времени этотъ приборъ былъ еще названъ *дазиметромъ*.

къ наружной стѣнѣ трехъ-этажнаго дома Герике, нижній конецъ которой былъ погруженъ въ сосудъ съ водою, а верхній, дополненный стекляной трубкой, былъ снабженъ краномъ и могъ быть соединяемъ съ воздушнымъ насосомъ. При выкачиваніи воздуха вода поднялась въ трубкѣ до высоты 19 локтей (около 32 футовъ); тогда кранъ былъ закрытъ, и барометръ разобщался съ насосомъ. Вскорѣ при помощи этого прибора Герике нашелъ, что атмосферное давленіе постоянно измѣняется, почему онъ и назвалъ свой барометръ словами *Semper vivum* [1]). Потомъ, замѣтивъ соотношеніе между высотою воды въ трубкѣ и состояніемъ погоды, онъ назвалъ его *Wettermännchen*. (Для бо̀льшого эффекта на поверхности воды въ стекляной трубкѣ былъ поплавокъ, имѣвшій видъ человѣческой фигурки съ протянутой рукой, которая указывала на таблицу съ надписями, соотвѣтствующими различнымъ состояніемъ погоды; вся же остальная часть прибора была нарочно замаскирована деревянной обшивкой). Въ своей книгѣ Герике далъ своему барометру названіе *Anemoscopium* [2]). Въ 1660 году онъ привелъ всѣхъ жителей Магдебурга въ крайнее изумленіе, предсказавъ сильную бурю за 2 часа до ея начала.

(Окончаніе слѣдуетъ).

Выводъ формулы,

служащей для разложенія въ рядъ логариѳмовъ.

Г. Флоринскаго.

Разсмотримъ свойства безконечнаго ряда

$$\varphi(z) = -M\left[(1-z) + \frac{(1-z)^2}{2} + \frac{(1-z)^3}{3} + \ldots + \frac{(1-z)^m}{m} + \ldots\right], \quad (1)$$

въ которомъ M есть постоянный положительный коэффиціентъ, значеніе котораго будетъ опредѣлено позже, а z представляетъ произвольную положительную, правильную дробь. Такъ какъ сумма членовъ этого ряда зависитъ отъ величины дроби z, т. е. есть функція z, то эту зависимость мы обозначили для краткости символомъ $\varphi(z)$.

[1]) Слово *барометръ* было ему неизвѣстно.

[2]) Раньше Герике, Каспаръ Бертусъ устроилъ также водяной барометръ въ Римѣ.

Абсолютная величина суммы какихъ либо m членовъ ряда (1) всегда будетъ меньше суммы m членовъ геометрической прогрессіи

$$M\left[(1-z)+(1-z)^2+(1-z)^3+\ldots+(1-z)^m\right],$$

знаменатель которой $(1-z)$ есть тоже правильная дробь; сумма членовъ ея, по мѣрѣ увеличенія ихъ числа, стремится, какъ извѣстно, къ опредѣленному предѣлу $\frac{M(1-z)}{z}$, слѣдовательно и сумма ряда (1) при безграничномъ увеличеніи числа членовъ никогда не можетъ выйти изъ предѣловъ

$$0 \text{ и } \frac{-M(1-z)}{z}.$$

Напишемъ теперь нашъ рядъ такъ:

$$\varphi(z)=-M\left[(1-z)+\frac{(1-z)^2}{2}+\frac{(1-z)^3}{3}+\ldots+\right.$$

$$\left.+\frac{(1-z)^m}{m}\left\{1+\frac{m}{m+1}(1-z)+\frac{m}{m+2}(1-z)^2+\ldots+\frac{m}{m+k}(1-z)^k+\ldots\right\}\right].$$

Сумма членовъ безконечнаго ряда, составляющаго множитель въ скобкахъ при $\frac{(1-z)^m}{m}$, всегда больше единицы и меньше суммы членовъ безконечно убывающей прогрессіи:

$$1+(1-z)+(1-z)^2+\ldots=\frac{1}{z},$$

слѣдовательно, замѣняя этотъ множитель сперва единицею, а потомъ $\frac{1}{z}$, найдемъ, что рядъ (1) долженъ заключаться между предѣлами:

$$-M\left[(1-z)+\frac{(1-z)^2}{2}+\frac{(1-z)^3}{3}+\ldots+\frac{(1-z)^m}{m}\right]$$

и

$$-M\left[(1-z)+\frac{(1-z)^2}{2}+\frac{(1-z)^3}{3}+\ldots+\frac{(1-z)^m}{mz}\right],$$

разность между которыми

$$\frac{M(1-z)^m}{m}\left(\frac{1}{z}-1\right),$$

при условіи, что z есть положительная правильная дробь, можетъ быть сдѣлана менѣе всякой данной величины черезъ увеличеніе числа членовъ. Отсюда заключаемъ, что рядъ (1) есть сходящійся, такъ какъ сумма его, не имѣя возможности возрастать безпредѣльно и находясь всегда между

двумя величинами, разность между которыми безгранично уменьшается при увеличенiи числа членовъ, необходимо должна стремиться къ опредѣленному предѣлу. Отсюда также слѣдуетъ, что принимая вмѣсто безконечнаго ряда (1) сумму его первыхъ m членовъ, мы сдѣлаемъ ошибку, абсолютная величина которой меньше

$$\frac{M(1-z)^{m+1}}{mz}.$$

Если положимъ теперь

$$1 - z = x,$$

то x тоже будетъ (подобно z) положительною правильною дробью. Подставляя въ (1), имѣемъ

$$\varphi(1-x) = -M\left[x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \ldots + \frac{x^m}{m} + \ldots\right]. \quad (2)$$

Если означимъ черезъ y какую нибудь другую правильную дробь, то и для нея также будемъ имѣть такую-же зависимость

$$\varphi(1-y) = -M\left[y + \frac{y^2}{2} + \frac{y^3}{3} + \ldots + \frac{y^m}{m} + \ldots\right]. \quad (3)$$

Но если x и y суть правильныя дроби, то и произведенiе

$$(1-x)(1-y) = 1-(x+y-xy)$$

представитъ собою также положительную правильную дробь, а слѣдовательно и для нея тоже будетъ имѣть мѣсто такая-же зависимость, выраженная въ формѣ безконечнаго ряда

$$\varphi\left\{1-(x+y-xy)\right\} = \varphi\left\{(1-x)(1-y)\right\} = -M\left[(x+y-xy) + \frac{(x+y-xy)^2}{2} + \right.$$

$$\left. + \frac{(x+y-xy)^3}{3} + \ldots + \frac{(x+y-xy)^m}{m} + \ldots\right], \quad (4)$$

въ которомъ $(x+y-xy)$ есть тоже положительная правильная дробь и который, слѣдовательно, подобно предыдущимъ будетъ тоже сходящимся.

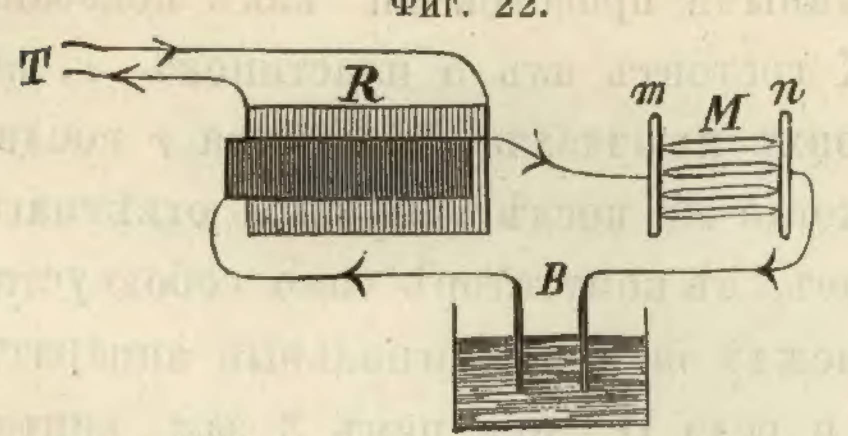
(Окончанiе слѣдуетъ).

Вопросы и задачи.

№ 40. Микротелефоны основаны на слѣдующемъ принципѣ. Постоянный токъ отъ батареи B (фиг. 22) проходитъ черезъ внутреннюю катушку

индуктивнаго прибора Румкорфа R и чрезъ микрофонъ M, нѣкоторыя

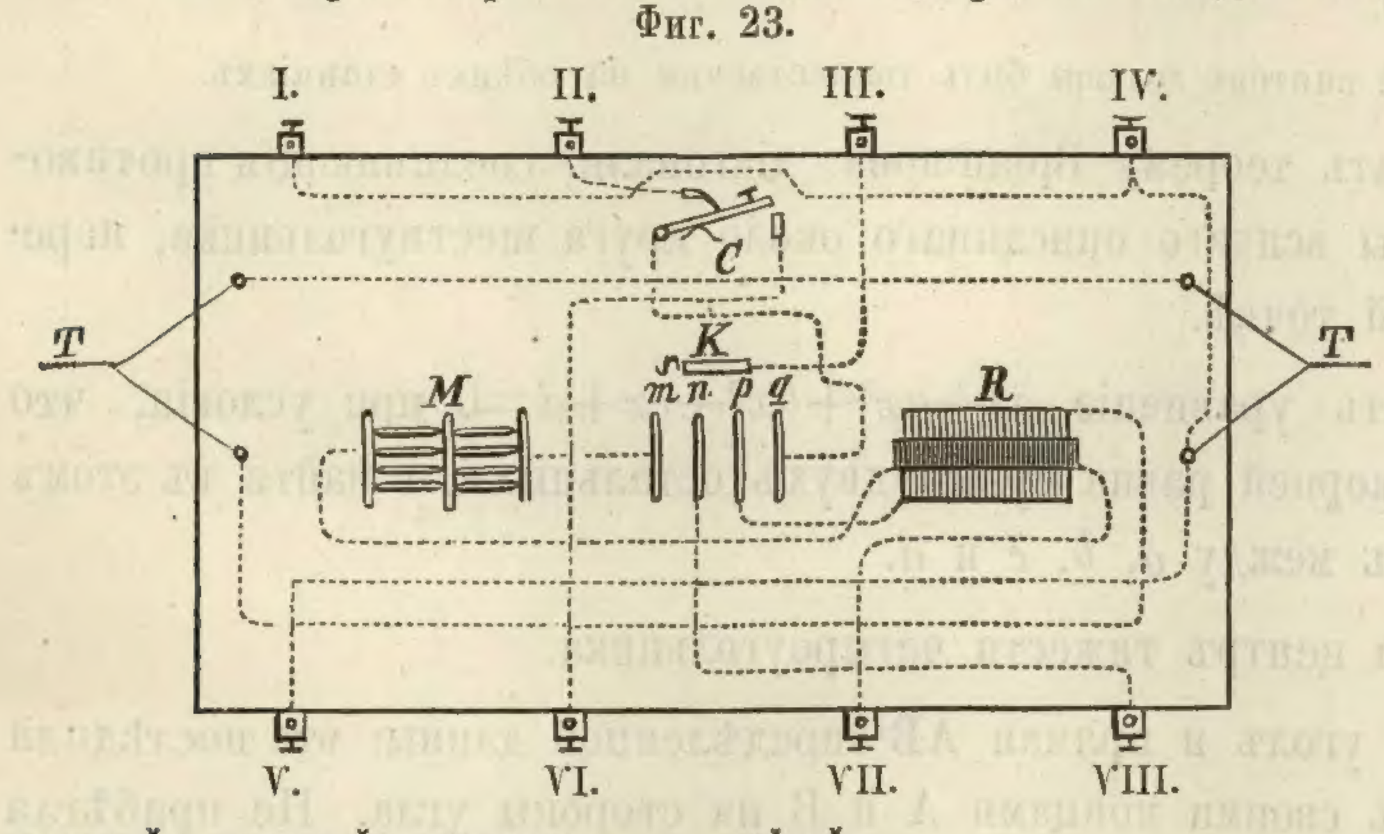
Фиг. 22.



части котораго (напр. m, n) привинчены къ звуковой декѣ. Сотрясенія, вызываемыя въ этой декѣ волнами звука, постоянно измѣняютъ, благодаря микрофону, силу наводящаго тока, вслѣдствіе чего во внѣшней катушкѣ R постоянно будетъ возбуждаться индуктивный токъ, идущій по проволокѣ на вторую станцію, гдѣ, проходя черезъ телефонъ T, онъ будетъ воспроизводить при его посредствѣ такія-же точно по качеству звуковыя волны.

Въ микротелефонной системѣ Адера на каждой станціи имѣются:

Фиг. 23.



1. Приборъ (фиг. 23), содержащійнебольшую катушку Румкорфа R, микрофонъ M съ декою, комутаторъ K и ключъ (клавишу) C для подачи сигнала; все содержится въ одномъ ящикѣ, прикрѣпляемомъ къ стѣнѣ.

2. Пара телефоновъ, T,T, соединенныхъ постоянными металлическими шнурками съ тѣмъ-же приборомъ, по бокамъ котораго находятся крючки для подвѣшиванія на нихъ телефоновъ во время бездѣйствія прибора.

Фиг. 24.



3. Сигнальный аппаратъ (электрическій колокольчикъ) (фиг. 24) на отдѣльной доскѣ, тоже прибиваемой къ стѣнѣ.

4. Двѣ отдѣльныя гальваническія батареи, изъ которыхъ одна дѣйствуетъ при подачѣ сигнала, а равно и при его полученіи, а вторая — при отправленіи телефонной депеши.

Въ главномъ приборѣ (фиг. 23) различныя его части и зажимные винты, которыхъ 8, соединены постоянными проволоками какъ показано на чертежѣ пунктиромъ. Комутаторъ K состоитъ изъ 5 пластинокъ *r*, *m*, *n*, *p*, *q*. Когда телефоны висятъ на своихъ крючкахъ, пластинка *r* соединена съ *q* (на чертежѣ не показано); когда-же послѣ полученія отвѣтнаго сигнала телефоны снимаются съ крючковъ, въ комутаторѣ само собою устанавливается собщеніе между *r* и *p* и между *m* и *n*. Сигнальный аппаратъ (фиг. 24) состоитъ изъ колокольчика S и релэ D; при немъ 3 заж. винта; изъ нихъ 1-й и 2-й соединены всегда при посредствѣ катушки D.

Объяснивъ всѣ эти подробности, предлагаемъ слѣдующую задачу изъ практической физики:

Указать назначеніе всѣхъ одинадцати зажимныхъ винтовъ микротелефона Адера [1]).

NB. Соединенія винтовъ должны быть тождественны на обѣихъ станціяхъ.

№ 41. Доказать теорему Бріаншона: діагонали, соединяющія противоположныя вершины всякаго описаннаго около круга шестиугольника, пересѣкаются въ одной точкѣ.

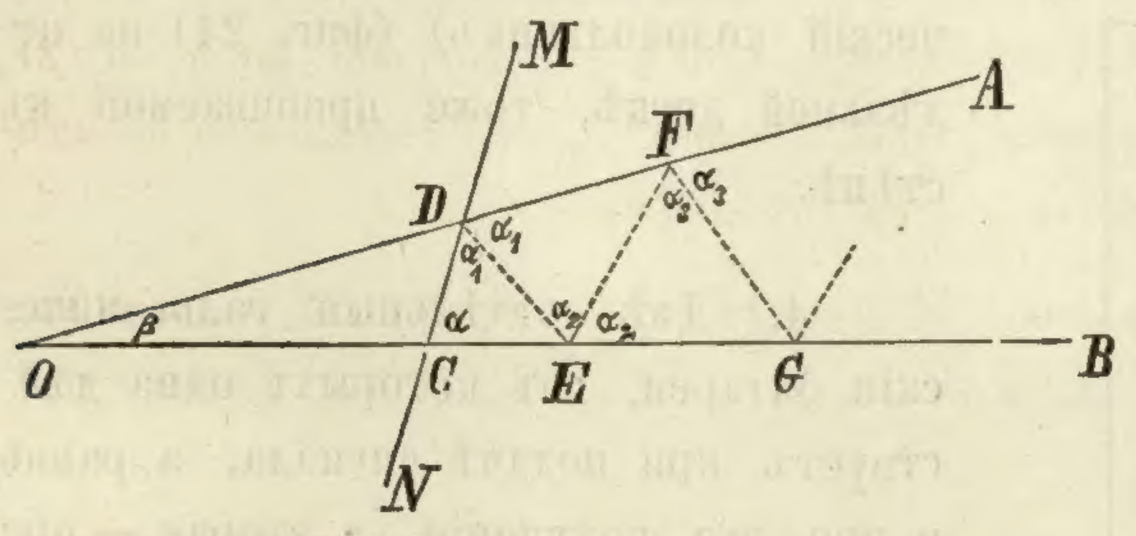
№ 42. Рѣшить уравненіе $x^4+ax^3+bx^2+cx+d=0$ при условіи, что сумма двухъ его корней равна суммѣ двухъ остальныхъ, и найти въ этомъ случаѣ зависимость между a, b, c и d.

№ 43. Найти центръ тяжести четыреугольника.

№ 44. Данъ уголъ и прямая AB опредѣленной длины; эта послѣдняя движется, упираясь своими концами A и B на стороны угла. Не прибѣгая къ тригонометріи, опредѣлить геометрическое мѣсто точекъ встрѣчи перпендикуляровъ, возставленныхъ въ точкахъ A и B къ соотвѣтственнымъ сторонамъ угла. (*Б. Букрѣевъ*).

№ 45. Даны: уголъ β=AOB (фиг. 25) и прямая MN, составляющая съ BO данный уголъ α=MCB. Уголъ CDA раздѣленъ пополамъ прямою DE, и уголъ ADE = < CDE обозначенъ черезъ α_1; уголъ DEB раздѣленъ пополамъ прямою EF, и уголъ DEF= < FEB обозначенъ черезъ α_2; уголъ

Фиг. 25.



[1]) Замѣтимъ здѣсь кстати, что въ послѣднее время, во Франкфуртѣ на Майнѣ, въ микрофонахъ Адера сдѣланы нѣкоторыя усовершенствованія Гг. Шэферомъ и Монтанусомъ, которыя впрочемъ не касаются расположенія отдѣльныхъ частей прибора.

EFA опять раздѣленъ прямою FG на два равные угла α_3 и т. д. По даннымъ β и α найти величину угла α_n и предѣльное значеніе, къ которому она стремится при безконечно большомъ n. Разсмотрѣть частный случай, когда прямая MN составляетъ одинаковые углы съ прямыми AO и BO.

(Проф. Спб. Унив. О. Хвольсонъ).

Рѣшенія задачъ.

№ 4. Если ax^3+bx^2+cx+d есть полный кубъ, то какая зависимость существуетъ между a, b, c и d?

Сравнивая коэффиціенты a, b, c, d съ коэффиціентами куба двучлена $mx+n$, находимъ:

$$a=m^3,\ b=3m^2n,\ c=3mn^2,\ d=n^3. \qquad (\alpha)$$

Раздѣливъ 1-е на 4-е и 2-е на 3-е, и исключивъ изъ этихъ отношеній $\frac{m}{n}$, легко находимъ искомую зависимость:

$$\frac{a}{d}=\left(\frac{b}{c}\right)^3. \qquad (1)$$

Если-же раздѣлимъ 1-е изъ равенствъ (α) на 2 е, 2-е на 3-е и 3-е на 4-е, то приходимъ къ слѣдующему виду той-же зависимости:

$$3a : b = b : c = c : 3d. \qquad (2)$$

Эта двойная пропорція, легко запоминаемая, даетъ возможность отвѣтить на предложенную задачу словесно: *средніе коэффиціенты должны представлять собою двѣ среднія пропорціональныя величины между утроенными крайними коэффиціентами*, аналогично тому условію, какое имѣемъ для трехчлена px^2+qx+r, представляющаго полный квадратъ. Въ этомъ последнемъ случаѣ, какъ извѣстно, необходимо чтобы $q^2=4pr$, или: $2p : q=q : 2r$, т. е. чтобы *средній коэффиціентъ былъ среднею пропорціональною величиною между удвоенными крайними коэффиціентами.*

(В. Долгинцевъ, М. Панченко, Я. Тепляковъ, А. Тучапскій. Учен. 8 кл.: Екатериносл. г. Ю. Г. и В. К. и Кіевской 3-й В. Я., 7 кл. Кіевск. кад. корп. А. Ш.)

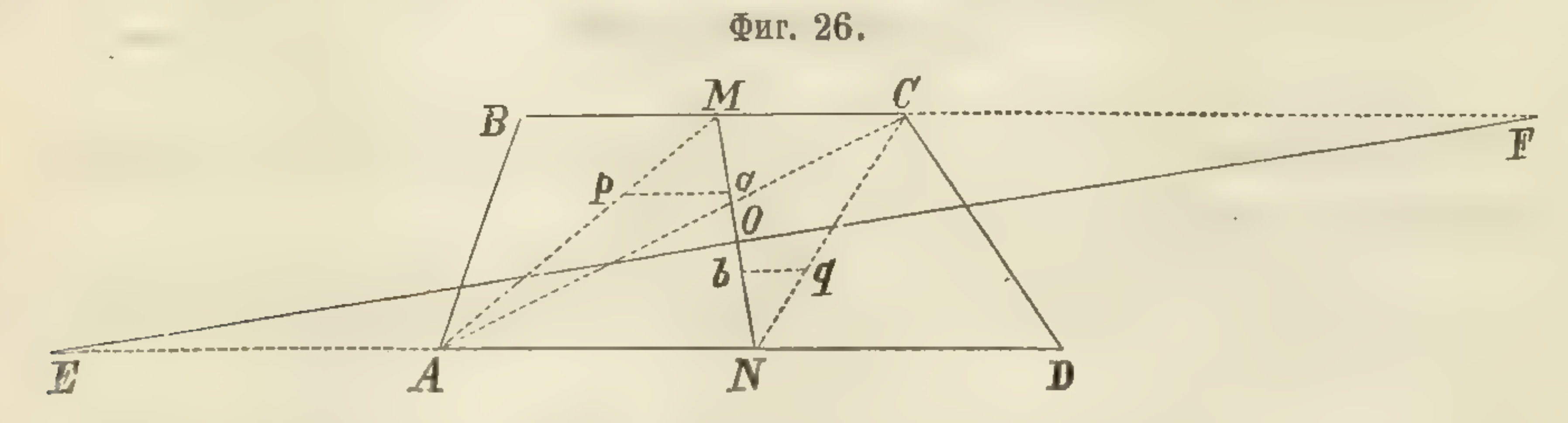
Прим. ред. Словеснаго отвѣта, заключающаго въ себѣ также геометрическій смыслъ пропорцій (2), не прислалъ никто изъ вышеназванныхъ лицъ.

№ 5. Опредѣлить центръ тяжести трапеціи.

Продолжимъ параллельныя стороны трапеціи ABCD (фиг. 26) и отложимъ въ одномъ направленіи CF=AD, а въ обратномъ AE=BC. Пересѣченіе прямой EF съ прямою MN, соединяющею середины параллельныхъ сторонъ, даетъ искомый центръ тяжести трапеціи.

Доказательство. Такъ какъ центръ тяжести всякой матеріальной прямой находится въ точкѣ, дѣлящей эту прямую пополамъ, то вообразивъ

Фиг. 26.



трапецію, составленную изъ непрерывнаго ряда такихъ матеріальныхъ прямыхъ, параллельныхъ AD и BC, прійдемъ къ заключенію, что искомый центръ тяжести трапеціи долженъ находиться на прямой MN, представляющей собою геометрическое мѣсто рединъ всѣхъ подобныхъ прямыхъ. Съ другой стороны, если вообразимъ нашу трапецію раздѣленною на два треугольника ABC и ACD и найдемъ по извѣстному способу ихъ центры тяжести p и q, то общій центръ тяжести обоихъ треугольниковъ (т. е. всей трапеціи) долженъ тоже лежать на прямой, соединяющей p и q. Пусть прямая pq (на черт. непроведенная) пересѣкается съ MN въ точкѣ O. Тогда, проведя pa и qb параллельно AD, имѣемъ изъ подобія треугольниковъ AMN и pMa:

$$AM : pM = MN : aM;$$

но центръ тяжести всякаго треугольника лежитъ на $1/3$ линіи, соединяющей одну изъ его вершинъ съ серединой противолежащей стороны, слѣдовательно $pM = 1/3AM$, а стало быть на основаніи вышеприведенной пропорціи и $aM = 1/3MN$. Точно также убѣдимся, что и $bN = 1/3MN$. Значитъ въ точкахъ a и b прямая MN раздѣлилась на три равныя части, т. е.

$$Ma = ab = bN. \qquad (1)$$

Изъ подобія же треугольниковъ paO и bqO имѣемъ:

$$aO : bO = pa : bq.$$

Но $pa : bq = AN : MC = AD : BC$. Слѣдовательно

$$aO : bO = AD : BC, \qquad (2)$$

т. е. искомый центръ тяжести дѣлитъ средній отрѣзокъ ab въ отношеніи AD : BC.

Для оправданія построенія, приведеннаго нами въ началѣ, равенство (2), или все равно равенство

$$\frac{aO}{bO}=\frac{AN}{MC}$$

умножимъ на 2 и увеличимъ на единицу; тогда получимъ

$$\frac{bO+2aO}{bO}=\frac{MC+2AN}{MC},$$

но $bO+2aO=MO$, слѣдовательно имѣемъ

$$\frac{MO}{bO}=\frac{MC+2AN}{MC}. \qquad (\alpha)$$

Поступивъ точно также съ равенствомъ обратнымъ

$$\frac{bO}{aO}=\frac{MC}{AN},$$

получимъ

$$\frac{NO}{aO}=\frac{AN+2MC}{AN}. \qquad (\beta)$$

Наконецъ изъ сравненія (α) съ (β) находимъ

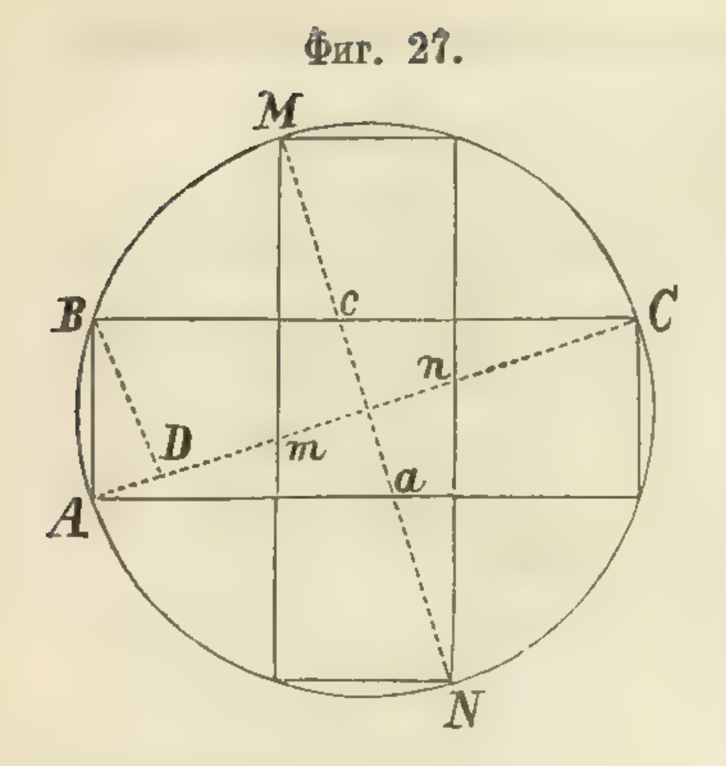
$$MO:ON=(MC+2AN):(AN+2MC). \qquad (3)$$

Это и требовалось доказать, потому что $MC+2AN$ есть не что иное какъ MF (ибо по отложенію $CF=AD=2AN$), а $AN+2MC$ есть EN (ибо $AE=BC=2MC$); а такъ какъ пропорція (3) доказываетъ подобіе треугольниковъ EON и MOF, то при параллельности MF и EN линія EOF должна составлять одну прямую.

Прим. ред. Неполное рѣшеніе этой задачи прислано *учениками 7 кл.: Немир. гимн. И. Г. и Кіевск. кад. корп. А. Ш.* Третье рѣшеніе (изъ Харькова)—вполнѣ ошибочное. Пусть авторъ его, чтобы убѣдиться въ этомъ, обратитъ вниманіе на то обстоятельство, что центръ тяжести трапеціи не можетъ отстоять по линіи MN ближе къ большей сторонѣ (AD) чѣмъ на $^1/_3$MN, и этого предѣльнаго положенія онъ достигаетъ лишь въ томъ случаѣ, когда меньшая изъ параллельныхъ сторонъ (BC) обращается въ нуль, т. е. когда вмѣсто трапеціи имѣемъ треугольникъ.

№ 7. Вписать въ данный кругъ крестообразную фигуру, состоящую изъ пяти равныхъ квадратовъ.

Фиг. 27.



Діаметръ даннаго круга дѣлимъ на 10 равныхъ частей и изъ первой точки дѣленія D (фиг. 27) возставляемъ перпендикуляръ DB до пересѣченія съ окружностью. Хорда AB будетъ искомою стороною равныхъ квадратовъ, потому что изъ прямоугольнаго треугольника ABC имѣемъ по построенію

$$AB^2 : BC^2 = AD : DC = 1 : 9,$$

слѣдовательно

$$\frac{AB}{BC} = \sqrt{\frac{1}{9}} = {}^1/_3.$$

Задача эта можетъ быть рѣшена еще весьма многими другими способами; такъ напр., проведя два перпендикулярные діаметра AC и MN и раздѣливъ каждый изъ нихъ на три равныя части въ точкахъ a, c, m, n, получимъ остальныя вершины искомой крестообразной фигуры, проведя соотвѣтственно линіи черезъ A и a, C и c, M и m, N и n.

(М. Панченко, А. Тучапскій. Учен. 8 кл. Екатериносл. гим. В. К., 7 кл. Немир. гимн.: И. Г—чъ и І. Г—бъ и Кіевск. кад. корп. М—а. 6 кл. Одесскаго р. у. О. А. Б.)

Рѣшеніе задачи № 13 не въ очередь, предложенной въ № 12 Журн. Элем. Мат. за $188^5/_6$ г. на стр. 285.

Показать. что уравненіе

$$x^{16}+x^{15}+x^{14}+\ldots+x^3+x^2+x+1=0 \qquad (1)$$

можетъ быть приведено къ рѣшенію четырехъ послѣдовательныхъ квадратныхъ уравненій.

Замѣтимъ прежде всего, что всѣ корни уравненія (1) удовлетворяютъ также уравненію

$$x^{17} = 1, \qquad (2)$$

потому что $x^{16}+x^{15}+x^{14}+\ldots+x^3+x^2+x+1=\frac{x^{17}-1}{x-1}$.

Вслѣдствіе этого уравненіемъ (2) мы будемъ пользоваться, чтобы показатели у x дѣлать всегда меньше 17.

Сдѣлаемъ теперь слѣдующія положенія:

$$x+x^2+x^4+x^8+x^9+x^{13}+x^{15}+x^{16}=y^1,$$
$$x^3+x^5+x^6+x^7+x^{10}+x^{11}+x^{12}+x^{14}=y_2. \qquad (3)$$

Тогда, складывая, находимъ

$$y_1+y_2=-1,$$

если-же перемножимъ уравненія (3), то не трудно видѣть, что па основаніи (1) и (2) получимъ

$$y_1y_2=-4.$$

Слѣдовательно y_1 и y_2 должны быть корнями квадратнаго уравненія

$$y^2+y-4=0. \qquad (4)$$

Далѣе обозначимъ:

$$x+x^4+x^{13}+x^{16}=z_1,$$
$$x^2+x^8+x^9+x^{15}=z^2, \qquad (5)$$
$$x^3+x^5+x^{12}+x^{14}=z^3,$$
$$x^6+x^7+x^{10}+x^{11}=z_4.$$

Тогда, складывая первое со вторымъ и третье съ четвертымъ, имѣемъ на основаніи обозначенія (3):

$$z_1+z_2=y_1, \qquad z^3+z^4=y_2,$$

а перемножая тѣ-же уравненія, находимъ:

$$z_1z_2=-1, \qquad \text{и} \qquad z_3z_4=-1.$$

Слѣдовательно z^1 и z^2 будутъ корнями уравненія

$$z^2-y^1z-1=0,$$

а z_3 и z_4—корнями уравненія

$$z^2-y_2z-1=0,$$

т. е. вообще z_1, z_2, z^3 и z^4 должны быть корнями уравненія

$$z^2-yz-1=0, \qquad (6)$$

взятаго совмѣстно съ уравненіемъ (4).

Продолжая тотъ-же пріемъ дальше, полагаемъ:

$$x+x^{16}=t_1, \qquad x^3+x^{14}=t_5,$$

$$x^4+x^{13}=t_2, \qquad x^5+x^{12}=t_6,$$

$$x^2+x^{15}=t_3, \qquad x^6+x^{11}=t^7,$$

$$x^8+x^9=t_4, \qquad x^7+x^{10}=t_8.$$

Отсюда:

$$t_1+t_2=z_1, \qquad t_1t_2=z_3,$$

$$t_3+t_4=z_2, \qquad t_3t_4=z_4,$$

$$t_5+t_6=z_3, \qquad t_5t_6=z_2,$$

$$t_7+t_8=z_4, \qquad t_7t_8=z_1.$$

Слѣдовательно t_1 и t_2 должны быть корнями уравненія

$$t^2 - z_1t + z_3 = 0,$$

и т. д. Постараемся замѣнить въ этомъ выраженіи z_3 черезъ z_1. Для этого найдемъ изъ (5) произведеніе z_1z_3:

$$z_1z_3=(x+x^2+x^3+\ldots+x^{15}+x^{16})+(x+x^4+x^{13}+x^{16})-(x^3+x^5+x^{12}+x^{14}),$$

т. е.

$$z_1z_3=-1+z_1-z_3.$$

Отсюда видимъ, что $z_3=\dfrac{z_1-1}{z_1+1}$.

А поэтому уравненіе, корнями котораго будутъ t_1 и t_2, представится въ видѣ:

$$t^2 - z_1t + \frac{z_1-1}{z_1+1} = 0.$$

Замѣняя z_1 послѣдовательно черезъ z_2, z_3 и z_4, получимъ еще три уравненія, корнями которыхъ будутъ соотвѣтственно t_3 и t_4, t_5 и t_6, t_7 и t_8. Такимъ образомъ всѣ 8 значеній t получатся изъ уравненія

$$t^2 - zt + \frac{z-1}{z+1} = 0, \tag{8}$$

взятаго совмѣстно съ уравненіями (6) и (4).

Сдѣлаемъ наконецъ еще слѣдующія положенія:

$$x=x_1,\ x^2=x_2,\ x^2=x_3, \ldots\ x^{15}=x^{15},\ x^{16}=x^{16}. \tag{9}$$

Опять складывая попарно и перемножая, находимъ

$$x_1+x^{16}=t^1 \qquad x_4+x^{13}=t^2,$$

$$x_1x_{16}=1, \qquad x_4x_{13}=1, \qquad \text{и т. д.}$$

а изъ этого видимъ, что $x_1, x_2, \ldots x^{16}$ будутъ вообще корнями квадратнаго уравненія

$$x^2 - tx + 1 = 0, \qquad (10)$$

взятаго совмѣстно съ прежними уравненіями (8), (6) и (4). А такъ какъ $x_1, x_2, x_3, \ldots x^{16}$ представляютъ собою не что иное какъ всѣ 16 корней даннаго уравненія (1), то мы видимъ, что рѣшеніе его можетъ быть вышеуказаннымъ пріемомъ приведено къ рѣшенію четырехъ послѣдовательныхъ квадратныхъ уравненій (4), (6), (8) и (10).

(Студентъ И. С. Давидовскій).

Смѣсь.

Въ Бирмингамѣ состоялся недавно **56-й съѣздъ естествоиспытателей** (British Association). Присутствовало на немъ 2222 члена Британскаго Общества и въ томъ числѣ многія современныя англійскія знаменитости, кромѣ Джона Тиндалля, не прибывшаго вслѣдствіе серьезной болѣзни. Послѣ перваго общаго собранія, открытаго рѣчью предсѣдателя съѣзда В. Давсона (о геологіи Атлантическаго океана и его значеніи) общество раздѣлилось по секціямъ. Всѣхъ секцій — восемь: математическая, физическая, химическая, геологическая, біологическая, географическая, экономическая и антропологическая. Въ 1-й изъ нихъ обратило на себя всеобщее вниманіе сообщеніе молодого профессора Г. Дарвина (сына Карла Дарвина) о давности земли съ астрономической точки зрѣнія; minimum для періода существованія земли онъ опредѣлилъ теоретически въ 23 милліона лѣтъ, но считаетъ болѣе правдоподобнымъ принять на основаніи другихъ соображеній, что органическая жизнь на нашей планетѣ началась около 100 милліоновъ лѣтъ тому назадъ. Въ отдѣлѣ физики первое мѣсто принадлежало В. Томсону, который (въ 4-хъ сообщеніяхъ) изложилъ свои теоретическія изслѣдованія о волнахъ въ текущей водѣ. Проф. Риккеръ представилъ очень подробный разборъ явленій интерференціи свѣта въ мыльныхъ пузыряхъ. Проф. С. Томсонъ далъ новый болѣе дешевый способъ приготовленія Николевыхъ призмъ. Сванъ (котораго электрическія лампы накаливанія всѣмъ извѣстны) предложилъ замѣнить предохранительную лампу Дэви электрической лампочкой, питаемой четырьмя маленькими аккумуляторами; такая лампа, вѣсящая вся $4^1/_2$

фунта, даетъ свѣтъ въ 2 свѣчи въ продолженіе 12 часовъ, что совершенно достаточно для подземныхъ работъ. Было сдѣлано также весьма интересное сообщеніе (однимъ изъ начальниковъ отд. почтъ и телегр.) о перехватываніи депешъ при помощи телефона. Изъ спеціально предпринятыхъ опытовъ оказалось, сверхъ всякаго ожиданія, что перехватывать телеграфную депешу удавалось даже въ томъ случаѣ, когда телефонная проволока была расположена параллельно телеграфной на разстояніи 40 англ. миль (60 верстъ). Такъ какъ объяснить это явленіе возбужденіемъ индуктивнаго тока на такомъ разстояніи никто не рѣшился, то теперь предприняты для разъясненія этого вопроса новыя, болѣе тщательныя изысканія, при которыхъ обращено вниманіе на совершенную изоляцію проволокъ отъ земли. Тѣмъ не менѣе и эти новые опыты подтвердили уже, что въ телефонѣ очень отчетливо слышны удары ключа телеграфнаго аппарата въ томъ случаѣ, когда разстояніе между проволоками составляло 1/3 версты.

Въ химической секціи Круксъ выступилъ въ своей рѣчи съ новой и крайне смѣлой гипотезой на тему единства матеріи, которой на этотъ разъ приводить подробно не будемъ.

Аэростатъ съ поплавкомъ. Удачное путешествіе на воздушномъ шарѣ изъ Шербурга въ Лондонъ гг. Лостъ и Манго, совершенное 30 Іюля текущаго года, доказываетъ, что въ воздухоплаваніи сдѣланъ новый шагъ впередъ. Усовершенствованіе заключается на этотъ разъ въ прибавленіи къ аэростату спеціальнаго поплавка и пустого сосуда, который можетъ быть наполняемъ водою (морскою) по желанію. Кромѣ того внизу подъ лодкой (обшитой пробковымъ деревомъ) имѣется винтъ (на подобіе пароходнаго), при вращеніи котораго можно шаръ понизить, не выпуская газа, и—боковой парусъ. Такимъ образомъ при переправѣ черезъ море, аэронавты стараются понизить свой шаръ до того, чтобы поплавокъ (на канатѣ) могъ быть брошенъ въ воду. Поплавокъ этотъ состоитъ изъ пустого цилиндра съ боковыми отверстіями; проникшая въ него вода дѣлаетъ его на столько тяжелымъ, что шаръ его уже не подымаетъ; если-бы подъемная сила случайно увеличилась, напр. при нагрѣваніи аэростата солнечными лучами, то аэронавты должны своевременно увеличить свой балластъ, наполняя (при помощи обыкновеннаго ведра на веревкѣ) имѣющійся у нихъ пустой сосудъ морскою водою. Такимъ образомъ можно удерживать шаръ постоянно вблизи самой поверхности воды и переплыть море, такъ сказать, по воздуху, пользуясь парусомъ. Гг. Лостъ и Манго во избѣжаніе сильнаго на-

грѣванія шара, совершили свою переправу черезъ Британскій каналъ ночью и достигли (благодаря попутному вѣтру) окрестностей Лондона черезъ 7 часовъ.

О явленіяхъ термомагнитизма мы уже имѣли случай упоминать, и въ № 16 Журн. Эл. Мат. за $188^4/_5$ г. было помѣщено краткое описаніе термомагнитнаго двигателя, устроеннаго въ Мичиганѣ профессоромъ Ги (Gee). Въ настоящее время профессоръ Шведовъ помѣстилъ въ Journal de physique небольшую статью, посвященную тому-же предмету, въ которой разсматриваетъ простѣйшій случай перемѣщеній желѣзнаго шарика, подвѣшеннаго на нити вблизи полюса магнита, вызываемыхъ измѣненіемъ температуры и доказываетъ, что во всѣхъ подобныхъ явленіяхъ часть тепла переходитъ въ механическую работу. Причина термомагнитныхъ перемѣщеній заключается въ томъ, что при нагрѣваніи тѣлъ магнитныхъ, какъ напр. желѣза, магнитность ихъ уменьшается, т. е. они менѣе сильно притягиваются однимъ и тѣмъ-же магнитомъ, и при температурѣ краснаго каленія желѣзо уже вовсе не подвергается дѣйствію магнитныхъ силъ. По замѣчанію проф. Шведова явленіе термомагнитнаго перемѣщенія аналогично съ явленіемъ термоупругости каучука, который при нагрѣваніи сокращается; слѣдовательно грузъ, висящій на растянутой (дѣйствіемъ тяжести этого-же груза) вертикальной каучуковой лентѣ (или трубкѣ), будетъ преподыматься вверхъ при нагрѣваніи ленты и опускаться внизъ при ея охлажденіи. Здѣсь тоже механическая работа обусловливается затратою тепла и обратно.

Недавно Гг. Джакманъ и Вебстеръ устроили спеціальный **приборъ для фотографированія сѣтчатки глаза**, основанный на принципѣ офтальмоскопа. Продолжительность сеанса—$2^1/_2$ минуты.

Отвѣты редакціи.

А. К. Жбиковскому. Благодаримъ Васъ за присланную статью „о символическомъ уравненіи между сторонами треугольника“, но въ настоящее время мы считаемъ неудобнымъ помѣстить ее безъ предварительнаго ознакомленія нашихъ читателей съ теоріей векторовъ на плоскости. Теорія эта будетъ дана нами на страницахъ „Вѣстника“ въ видѣ ряда статей, вызванныхъ *темою для сотрудниковъ*, предложенною въ № 9 Журнала Элем. Мат. за прошлый годъ. Нѣкоторыя изъ этихъ статей уже получены, другихъ мы еще ожидаемъ. Начинать съ Вашей статьи этотъ новый отдѣлъ, котораго мы еще не касались, считаемъ невозможнымъ.

При этомъ обращаемъ Ваше вниманіе на нѣкоторую неточность, которая къ несчастью повторяется очень многими авторами. Прійдя къ уравненіямъ:

$$b = c\text{Cos}A + a\text{Cos}C, \qquad c\text{Sin}A - a\text{Sin}C = 0,$$

$$a = b\text{Cos}C + c\text{Cos}B, \qquad b\text{Sin}C - c\text{Sin}B = 0,$$

$$c = a\text{Cos}B + b\text{Cos}A, \qquad a\text{Sin}B - b\text{Sin}A = 0,$$

Вы говорите въ концѣ своей статьи, что „изъ этихъ *шести* уравненій выводятся всѣ формулы для рѣшенія какъ косоугольныхъ, такъ и прямоугольныхъ треугольниковъ". Это можетъ привести читателя къ ошибочному заключенію, что для вывода всѣхъ формулъ для рѣшенія треугольниковъ необходимо *шесть* основныхъ уравненій. На этотъ счетъ и безъ того существуютъ довольно сбивчивыя понятія, вызванныя нашими учебниками тригонометріи, и намъ кажется, что при всякомъ удобномъ случаѣ не мѣшаетъ напомнить учащимся, что *если имѣемъ въ виду только зависимость между сторонами и углами треугольника, то всѣ формулы для рѣшенія могутъ быть выведены изъ трехъ основныхъ уравненій:*

$$A + B + C = 180^0,$$

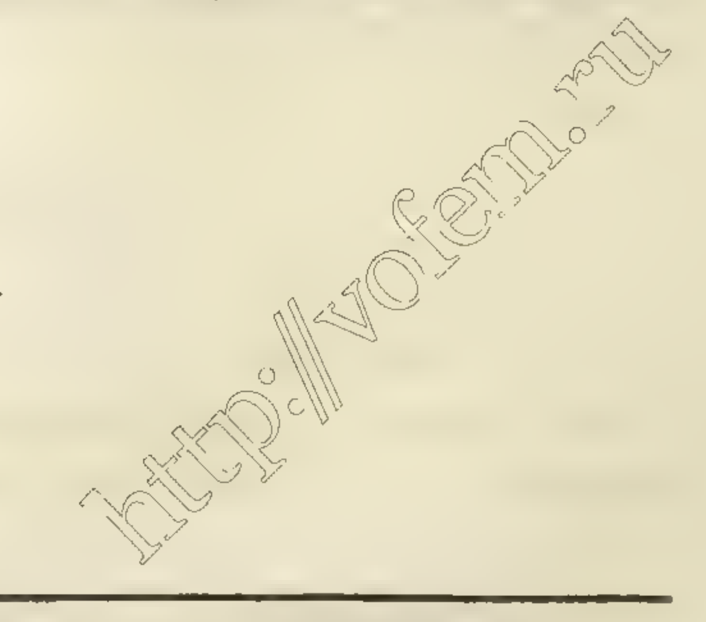
$$\frac{\text{Sin}A}{a} = \frac{\text{Sin}B}{b} = \frac{\text{Sin}C}{c}.$$

Если вводимъ въ вычисленіе площадь треугольчика, то къ этимъ тремъ необходимо прибавить еще четвертое уравненіе

$$\triangle = {}^1/_2\, ab\text{Sin}C,$$

если желаемъ ввести еще какія нибудь другія величины (высоты, радіусы круговъ опис. или впис. и проч.), то должны къ основнымъ прибавить столько уравненій, сколько вводимъ новыхъ величинъ.

Г. Мауреру (*Инж.-Мех.*). Мы не имѣемъ права сомнѣваться, что Ваше изслѣдованіе „двухъ общихъ геометрическихъ мѣстъ элементарной геометріи", которое должно занять десять печ. листовъ и Ваши „правила для рѣшенія геометрическихъ задачъ" могутъ составить цѣнное пріобрѣтеніе для нашей учебной математической литературы, но такъ какъ сочиненій этихъ мы еще не знаемъ, а по грандіозному объему они не подходятъ къ размѣрамъ нашего журнала, то Вамъ прійдется вѣроятно издать ихъ въ видѣ отдѣльныхъ книжекъ.



Редакторъ-Издатель **Э. К. Шпачинскій.**

Каталогъ спеціальныхъ журналовъ

за 1886 г.

съ указаніемъ ихъ приблизительной годовой цѣны.

Б. Нѣмецкіе.

(Продолженіе).

Gymnasium. Zeitschrift f. Lehrer (*Wetzel*)	24 №№	4,00 руб.
Haus u Schule. Pädagog. Zeitblatt (*Spicker*)	52 „	4,00 „
Hefte, naturhistorische (*Herman*)	4 „	5,00 „
Humboldt (*Krebs*) каждый вып. отд. по	— „	0,60 „
Jasobsen E. Chem.-techn. Repertorium въ годъ . . .	4 „	7,00 „
Jahrbuch, Berliner astronom. (*Tietjen*)	1 „	7,00 „
Jahrbuch üb. d. Fortschr. d. Math. (*Müller*, *Wangerin*, *Lampe*, *Henoch*)	3 „	10,00 „
Jahrbuch morpholog. (*Gegenbaur*)	4 „	24,00 „
Jahrbücher f. wissensch. Botanik (*Pringsheim*) . . .	4 „	22,00 „
Jahrbücher botanische (*Engler*)	5 „	18,00 „
Jahresbericht botanischer (*Just*) кажд. т. . .	4 №№	отъ 4,00 до 10,00 р.
Jahrbuch neues f. Mineralogie, Geologie u. Paläont. (*Bauer*, *Dames*, *Liebisch*) кажд. т.	3 №№	12,00 руб.
Jahresbericht üb. d. Fortschr. d. Chemie (*Fittica*) въ годъ	4 „	20,00 „
Jahresberich, pädagog. (*Dittes*) (съ октября)	1 „	6,00 „
Industrie-Blätter (*Jacobsen*)	52 „	7,00 „
Industrie, chemische (*Jacobsen*)	12 „	12,00 „
Industrie u. Gewerbeblatt (*Hoyer*)	52 „	7,00 „
Industriezeitung (*Engau*)	52 „	10,00 „
Industriezeitung mitteldeutsche (*Elb*)	52 „	3,00 „
Industriezeitung Rigasche (*Glasenapp*)	24 „	4,50 „
Insecten-Börse	24 „	2,00 „
Insecten-Welt	24 „	5,00 „
Journal f. Ornithologie (*Cabanis*)	4 „	12,00 „
Journal f. prakt. Chemie (*Meyer*)	22 „	12,00 „
Journal f. d. reine u. angew. Mathem. (*Kronecker* u. *Weierstrass*) кажд. т.	4 „	7,00 „

(Продолженіе слѣдуетъ).

ОБЪЯВЛЕНІЯ.

ВѢСТНИКЪ ОПЫТНОЙ ФИЗИКИ

— И —

ЭЛЕМЕНТАРНОЙ МАТЕМАТИКИ,

издаваемый въ г. Кіевѣ съ начала $188^6/_7$ учебнаго года при участіи иногородныхъ и мѣстныхъ сотрудниковъ подъ редакціею кандидата физико-математическихъ наукъ Э. К. Шпачинскаго, выходитъ брошюрами отъ 1-го до $1^1/_2$ печ. листа **три раза въ мѣсяцъ по 12 №№ въ каждый уч. семестръ.**

ЦѢНА СЪ ДОСТАВКОЙ И ПЕРЕСЫЛКОЙ

Три рубля за каждый семестръ (полугодіе).

Подписка принимается въ Редакціи (Кіевъ, Нижне-Владимірская № 19) и въ книжныхъ магазинахъ, которые удерживаютъ 5% подписной суммы.

Подписка не принимается менѣе чѣмъ на одинъ сем. и болѣе чѣмъ на два семестра.

Отдѣльными номерами Вѣстникъ Опытн. Физики и Эл. Мат. не продается.

Лица, подписавшіяся въ теченіе семестра получаютъ всѣ номера, вышедшіе съ начала семестра.

Учебныя заведенія и служащіе въ таковыхъ при своевременномъ заявленіи о высылкѣ журнала въ кредитъ могутъ вносить деньги когда угодно въ продолженіе всего учебнаго года.

Лица, желающія получать изъ редакціи счета и квитанціи на 5 руб. и болѣе, благоволятъ прилагать 5 коп. марку.

За помѣщеніе на послѣднихъ страницахъ частныхъ объявленій о журналахъ, книгахъ, физическихъ приборахъ, учебныхъ пособіяхъ и проч. редакція взымаетъ 1-й разъ: за цѣлую страницу—3 руб., за 1/2 стр.—1 р. 60 к., за 1/4 стр.—1 руб.; при повтореніи взымается всякій разъ половинная плата.

Редакція принимаетъ на себя по соглашенію изданіе на русскомъ языкѣ сочиненій, учебниковъ и брошюръ по физикѣ и математикѣ, а также посредничество въ пріобрѣтеніи какъ русскихъ, такъ и иностранныхъ спеціальныхъ физико-математическихъ книгъ и журналовъ.

ВЪ СКЛАДѢ РЕДАКЦІИ

имѣются для продажи слѣдующія книги:

1. Томъ I-й „Журнала Элемент. Матем.“ за $188^4/_5$ учеб. годъ, 18 №№ цѣна 4 руб.
2. Томъ II-й „ „ „ „ $188^5/_6$ „ „ „ „ „ 4 „
3. Рѣчь Споттусвуда „О связи матем. съ другими науками“ переводъ Н. А. Конопацкаго 1885. Изд. Кам.-Под. Гимн. цѣна 35 коп.
4. „Электрическіе Аккумуляторы. Сост. Эр. Шпачинскій 1886. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 50 коп.
5. „Основы Ариѳметики Е. Коссака“, Пер. И. Н. Красовскаго 1885. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 50 коп.
6. Рѣчь Клаузіуса: „Связь между великими дѣятелями природы“. Пер. И. Н. Красовскаго 1885. Изданіе Журнала Элементарной Математики, цѣна 20 коп.
7. „Вопросы о наибольшихъ и наименьшихъ величинахъ“, рѣшаемые посредствомъ уравненій 2-й ст. Бріо. Пер. И. Н. Красовскаго 1886. Изд. Журн. Эл. Матем. цѣна 40 коп.

За пересылку прилагается 10% означен. цѣны. При покупкѣ 10 экз. и болѣе дѣлается 20% уступки.

Дозволено цензурою. Кіевъ, 16 Октября 1886 года.

Тип. Е. Т. Кереръ, арендуемая Н. Пилющенко и С. Бродовскимъ.